VARIATION DES FONCTIONS

Variations d'une fonction
Fonction affine
Fonction carré
Fonction Inverse
Fonction racine carrée
Fonction cube

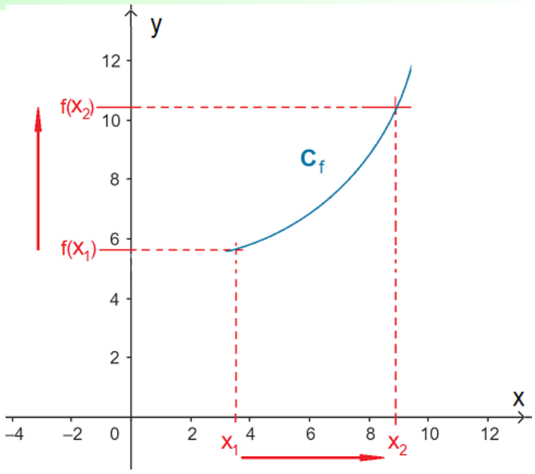
1 Variations d'une fonction

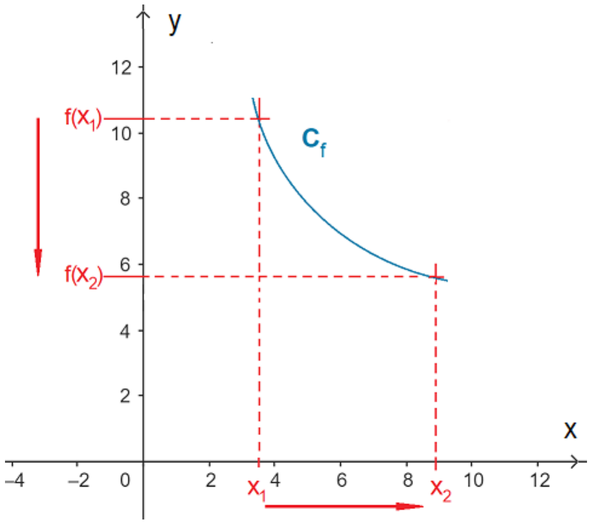
Définition

On dit qu'une fonction f est **strictement croissante** sur un intervalle I lorsque, pour tous réels a et b de I :

si $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) < f(x_2)$

(l'ordre est conservé)





Définition

On dit qu'une fonction f est **strictement décroissante** sur un intervalle I lorsque, pour tous réels a et b de I :

si $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) > f(x_2)$

(l'ordre est inversé)

Définition

- On dit qu'une fonction f est **strictement monotone** sur un intervalle I lorsque f est soit **strictement croissante** sur I, soit **strictement décroissante** sur I.
- On dit qu'une fonction f est **constante** sur un intervalle I lorsque, pour tous réels x_1 et b de I : $f(x_1) = f(x_2)$.

Définition : maximum et minimum

- On dit qu'un réel **M** est le **maximum** de la fonction f sur l'intervalle **I** s'il existe un réel a dans **I** tel que : **M = f(a)** et pour tout réel x de **I** : **f(x) ⩽ M** .
- On dit qu'un réel **m** est le **minimum** de la fonction f sur l'intervalle **I** s'il existe un réel a dans **I** tel que : **m= f(a)** et pour tous réels x de **I** : **f(x) ⩾ m** .
- On dit qu'un réel est un **extremum** de la fonction f sur l'intervalle **I** si ce réel est soit le maximum , soit le minimum de f sur **I**.

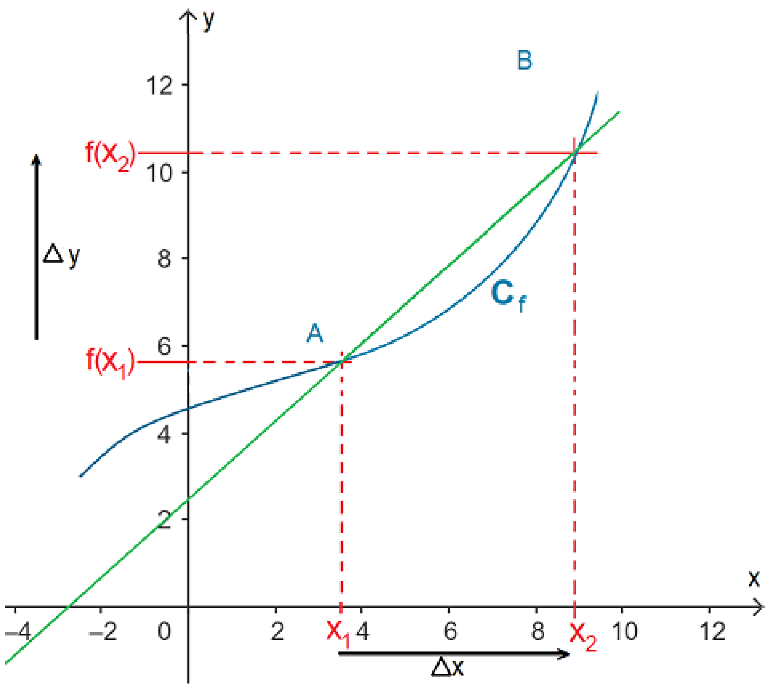
Définition : taux d'accroissement

Soit f une fonction définie sur un intervalle **I** et a et b deux réels de **I**, $x_1 \neq x_2$.

On appelle **taux d'accroissement T** de f entre x_1 et x_2 le quotient :

$$T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad .$$

T est le coefficient directeur de la droite passant par les points A(a , f(a)) et B(b , f(b)) .



Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Alors :

- f est **strictement croissante** sur I ⇔ Pour tous réels x_1 et x_2 avec $x_1 \neq x_2$, le taux d'accroissement T de f entre x_1 et x_2 est strictement positif : **T > 0** .
- f est **strictement décroissante** sur I ⇔ Pour tous réels x_1 et x_2 avec $x_1 \neq x_2$, le taux d'accroissement T de f entre x_1 et x_2 est strictement positif : **T < 0** .

Démonstration : voir exercice

1) Fonction affine

Propriété

Soit f une fonction affine définie sur ℝ par $f(x)=ax+b$, où a et b sont deux réels.

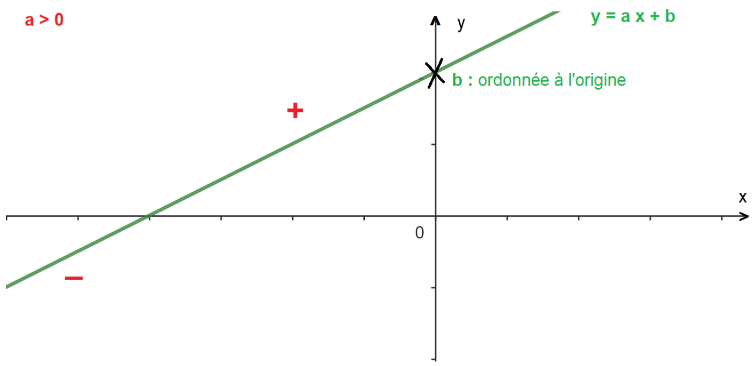
- Si **a > 0** , alors f est **strictement croissante** sur ℝ.
- Si **a < 0** , alors f est **strictement décroissante** sur ℝ.

Démonstration : voir exercice

Tableaux de variations :

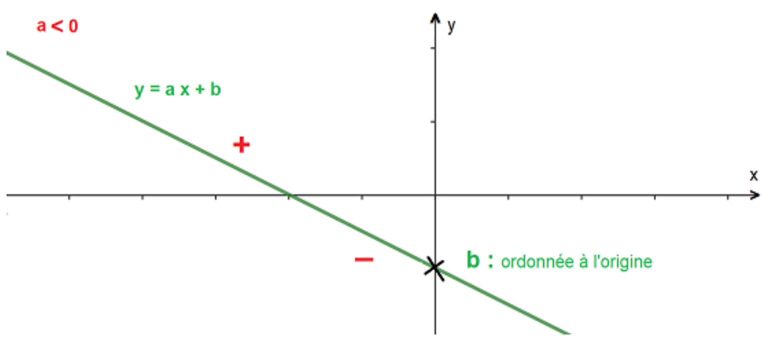
si a > 0 :

x	-∞	0	+∞
f(x)	↗	b	↗



si a < 0 :

x	-∞	0	+∞
f(x)	↘	b	↘



2 Fonction carré

Propriété

La fonction carré est :

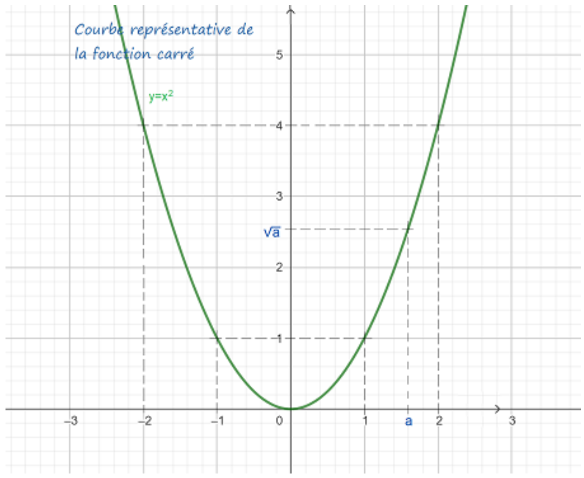
- strictement décroissante sur l'intervalle]-∞ ; 0] ,
- et strictement croissante sur l'intervalle [0 ; +∞[.

Elle admet 0 comme minimum , atteint pour x=0.

Démonstration : voir exercice

Tableau de variations :

x	+∞	0	+∞
$f(x)=x^2$	↘	0	↗



3 Fonction Inverse

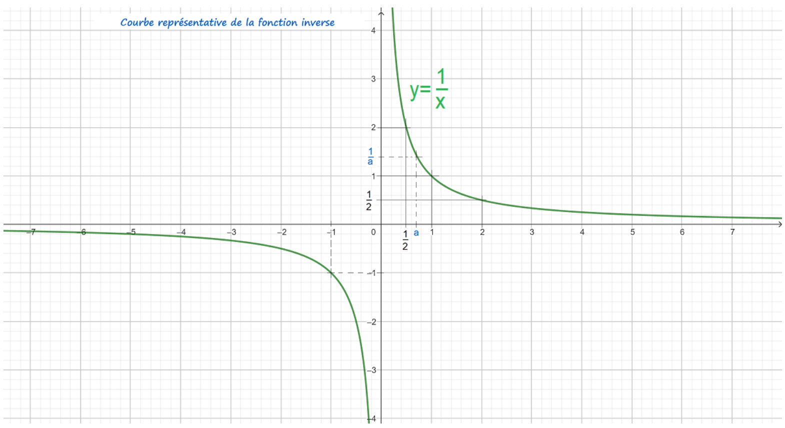
Propriété

La fonction inverse est strictement décroissante sur]-∞ ; 0[U]0 ; +∞[.

Démonstration : voir exercice

Tableau de variations :

x	+∞	0	+∞
$f(x) = \frac{1}{x}$	↘	‖	↘



4 Fonction racine carrée

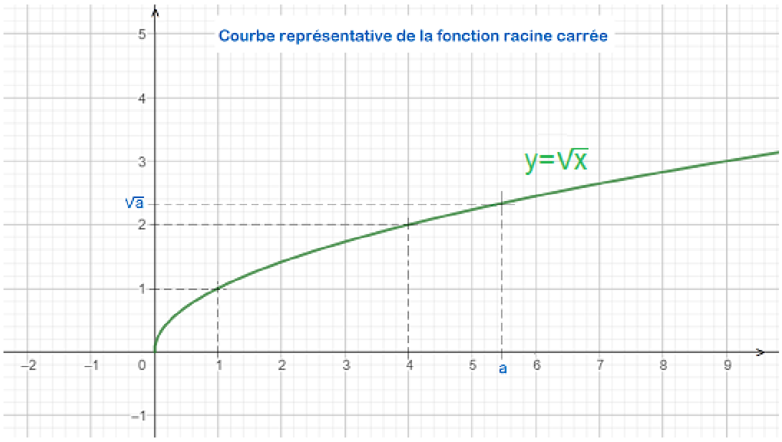
Propriété

La fonction racine carré est strictement croissante sur l'intervalle [0 ; +∞[.
Elle admet 0 comme minimum , atteint pour x=0.

Démonstration : voir exercice

Tableau de variations :

x	0		+∞
f(x)	0	↗	



5 Fonction cube

Propriété

La fonction cube est strictement croissante sur ℝ.

Démonstration : voir exercice

Tableau de variations :

x	-∞		0		+∞
$f(x)=x^3$		↗	0	↗